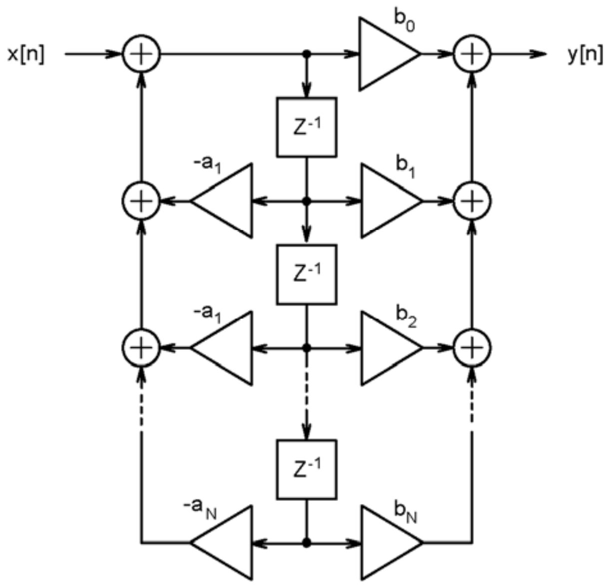

Abbildung 3.5. Kanonische Blockschaltbild-Darstellung eines digitalen Filters

$$\begin{aligned} Y(z) &= S(z)[b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_M z^{-M}] \\ X(z) &= S(z)[1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_N z^{-N}] \end{aligned} \quad (3.82)$$

Nach Einsetzen der beiden Gleichungen ineinander wird $S(z)$ eliminiert, und es ergibt sich unmittelbar die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} &Y(z)[1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_N z^{-N}] \\ &\qquad = X(z)[b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_M z^{-M}] \end{aligned} \quad (3.83)$$

Dieselbe Gleichung ergibt sich durch Transformation beider Seiten der allgemeinen LTI-Differenzengleichung (3.80). Dabei machen wir von der Linearitätseigenschaft (3.18) und der Verschiebungseigenschaft (3.19) der Z-Transformation Gebrauch. Damit ist Theorem 3.11 bewiesen.

Mit der Definition einer Hilfsgrösse $s[n]$ haben wir zum ersten Mal eine innere *Zustandsgrösse* (engl. state variable, daher die Bezeichnung $s[n]$) eingeführt. Diese ist von aussen nicht beobachtbar. Wir werden solche Zustandsgrössen im Kapitel 5 noch ausführlich benutzen. □

Wir fragen nun nach der Übertragungsfunktion der Schaltung in Abb. 3.5. Mit der 1. Darstellung der Übertragungsfunktion (siehe Abschnitt 3.2.5 auf Seite 63) folgt aus Gl. (3.83) sofort

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_N z^{-N}} \quad (3.84)$$