

an dieser Stelle definiert werden – weitere folgen an geeigneten Stellen im Buch.

Für zeitdiskrete Signale $x[n]$ seien folgende Signalmaße definiert:

- **Diskrete Summe:**

$$s_D = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \quad (1.24)$$

- **Absolute Summe:**

$$s_a = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n| \quad (1.25)$$

Wenn für s_a ein endlicher Grenzwert existiert, nennt man $x[n]$ „**absolut summierbar**“.

- **Signalenergie:**

Sei $x(t)$ ein **zeitkontinuierliches** Zeitsignal, so bezeichnet man mit dem Integral

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1.26)$$

die **Energie** von $x(t)$. Ist dieses Integral endlich, nennt man $x(t)$ ein **Energiesignal**.

Analog dazu erfolgt auch die Berechnung der Energie eines **zeitdiskreten** Signals (von Grünigen, 2001). Die Integration wird durch eine Summation ersetzt:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_n|^2 \quad (1.27)$$

- **Mittelwert:**

$$\bar{x} = \lim_{\substack{a \rightarrow -\infty \\ b \rightarrow \infty}} \frac{1}{|a - b| + 1} \sum_{n=a}^b x_n \quad (1.28)$$

Sinnvoll ist diese Berechnung insbesondere für periodische Signale (Periode N). Liegt ein solches Signal vor, vereinfacht sich die Mittelwertbildung zu

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=k}^{k+N-1} x_n, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1.29)$$

- **Signal-Leistung:**

Mit dem Grenzwert über das Integral

$$\bar{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (1.30)$$

wird die **mittlere Leistung** eines **kontinuierlichen** Zeitsignals berechnet. Ist $x(t)$ kein Energiesignal aber P endlich, zählt $x(t)$ zu den **Leistungssignalen**.

Auch hier reduziert sich die Integration auf eine Summation im **zeitdiskreten** Bereich:

$$\bar{P} = \lim_{\substack{a \rightarrow -\infty \\ b \rightarrow \infty}} \frac{1}{|a-b|+1} \sum_{n=a}^b |x_n|^2 \quad (1.31)$$

Liegt zur Berechnung der Leistung ein periodisches zeitdiskretes Signal vor (Periode N), wird dessen Leistung berechnet mit

$$\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x_n|^2. \quad (1.32)$$

Beispiel 1.3 – Berechnung unendlicher Summen.

Berechnen Sie folgende unendliche Summe der zweiseitigen Exponentialfolge:

$$S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a^{-|n|} \quad (1.33)$$

Lösung:

Aufgrund der Symmetrie des Signals vereinfacht sich S zu:

$$S = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a^{-n} \quad (1.34)$$

Es ist somit ein Grenzwert $N \rightarrow \infty$ für die Summe $\Theta = \sum_{n=1}^N a^{-n}$ zu berechnen. Dazu wird durch eine Indexverschiebung $n = m + 1$ substituiert und anschliessend aufgelöst:

$$\Theta = \sum_{m=0}^{N-1} a^{-(m+1)} = \frac{1}{a} \left[1 + \sum_{m=1}^N a^{-m} - a^{-N} \right] = \frac{1}{a} [1 + \Theta - a^{-N}] \quad (1.35)$$

Durch Umstellen erhält man (für $a \neq 1$)

$$\Theta = \frac{1 - a^{-N}}{a - 1}. \quad (1.36)$$