



Abbildung 5.3. Beispielsystem 2. Ordnung

2. Bei (kausalen) Systemen, die ab dem Zeitpunkt  $t = 0$  eingeschaltet werden, können zusätzlich zur Eingangsgröße  $u[0]$  auch die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}[0]$  (die wir zusammengefasst als fett gedruckten Vektor schreiben) zum Zeitpunkt  $t = 0$  von außen *gesetzt* werden. Wegen der Linearität des Systems sind die Zustandsgrößen im weiteren Verlauf Linearkombinationen aus der zeitlichen Entwicklung der Anfangsgrößen  $\mathbf{x}[0]$  sowie der Systemreaktion auf die Eingangsfolge  $u[n]$ .

Wir werden beide Funktionen der Zustandsgrößen kennen lernen und mathematisch formulieren.

#### 5.4.1 Systemgleichungen mit Zustandsgrößen

Die Systemgleichungen erhält man direkt durch Ablesen aus der Abb. 5.3. Wir erinnern uns, dass wir bei der Betrachtung der Addierer-Sättigung bereits ein ähnliches Gleichungssystem (Gln. 4.80 auf Seite 121) erhalten hatten:

$$\begin{pmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -b_0 \\ 1 & -b_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_0 - a_2 b_0 \\ a_1 - a_2 b_1 \end{pmatrix} u(n), \quad (5.19)$$

bzw. für  $y(n)$ :

$$y(n) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{pmatrix} + a_2 u(n). \quad (5.20)$$

Wir können nun Lösungswege für solche Gleichungssysteme angeben. Zunächst aber verallgemeinern wir das obige Beispiel auf Systeme höherer Ordnung. Für sie ergeben sich durch die höhere Ordnung  $M$  weitere Gleichungen, wobei die im folgenden benutzten Matrizen von der Größe  $M \times M$  und die Vektoren von der Dimension  $M$  sind:

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b}u(n) \quad (5.21)$$

$$y(n) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(n) + du(n). \quad (5.22)$$